Р. Н. Туктамышов

Казанский (Приволжский) федеральный университет,

rishat88@gmail.com

ОБ ОДНОЙ ОПЕРАДЕ ГИПЕРГРАФОВ

На семействах конечных помеченных гиперграфов можно несколькими различными способами определить структуры операд. Одна из таких операд была изучена в [1] и [2]. В настоящей заметке описывается другая операда, элементами которой являются гиперграфы специального вида.

Пусть $\mathcal{HG}(n)$ (при $n \geqslant 0$) есть семейство всех гиперграфов с множеством вершин $[n] = \{1, \ldots, n\}$, таких, что их ребра полностью определяются инцидентными им вершинами, и объединение множеств вершин, инцидентным двум ребрам, также есть множество вершин, инцидентных некоторому ребру. Определим операдную композицию

$$\mathcal{HG}(m) \times \mathcal{HG}(n_1) \times \cdots \times \mathcal{HG}(n_m) \longrightarrow \mathcal{HG}(n_1 + \cdots + n_m)$$

следующим образом.

Если $\Gamma_0 \in \mathcal{HG}(m)$, $\Gamma_i \in \mathcal{HG}(n_i)$, $1 \leqslant i \leqslant m$, то результат композиции $\Gamma_0\Gamma_1 \ldots \Gamma_m$ есть гиперграф с вершинами $1, \ldots, n_1 + \cdots + n_m$, ребра которого инцидентны множествам вершин вида $X_{i_1} \sqcup \ldots \sqcup X_{i_k}$, где $\sqcup$ означает несвязное объединение, $\{i_1, \ldots, i_k\}$ — вершины, инцидентные некоторому ребру Γ_0, а для каждого X_{i_j} найдется семейство вершин Y_{i_j} ребра Γ_{i_j}, такое, что $X_{i_j} = \{n_1 + \cdots + n_{i_j - 1} + t | t \in Y_{i_j}\}$. Пусть $\Gamma \in \mathcal{HG}(n)$ и $f : [n] \to [m]$ — некоторое отображение. Определим $\Gamma f \in \mathcal{HG}(m)$ как гиперграф, ребра которого инцидентны множествам вершин вида $\{f(i_1), \ldots, f(i_k)\}$, где $\{i_1, \ldots, i_k\} \subseteq [n]$ — семейство вершин, инцидентных некоторому ребру Γ.

Теорема 1. *Семейство $\mathcal{HG} = \{\mathcal{HG}(n) | n \geqslant 0\}$ является $FSet$-операдой.*

Определение $FSet$-операд можно найти в [3]. Пусть $\Gamma_+ \in \in \mathcal{HG}(2)$ есть гиперграф с тремя ребрами, множества вершин которых $\{1\}$, $\{2\}$, $\{1,2\}$, и пусть $\Gamma_\times \in \mathcal{HG}(2)$ есть гиперграф с одним ребром, множеством вершин которого будет $\{1,2\}$.

Теорема 2. *Как $FSet$-операда $\mathcal{HG}$ порождается гиперграфами $\Gamma_\times$ и Γ_+.*

Теорема 3. *Многообразие алгебр над $FSet$-операдой $\mathcal{HG}$ рационально эквивалентно многообразию коммутативных полуколец с единицей, идемпотентных по сложению и по умножению.*

ЛИТЕРАТУРА

1. Тронин С. Н., Туктамышов Р. Н. *О некоторых операдах гиперграфов* // Алгебра и математическая логика: материалы межд. конф., посвящ. 100-летию со дня рожд. проф. В.В. Морозова, и молодежной шк.-конф. "Соврем. проблемы алгебры и матем. логики"; Казань, 25 - 30 сентября 2011 г. – Казань: Изд-во Казан. ун-та, 2011. – С. 173–175.

2. Туктамышов Р. Н. *Об алгебрах над операдами гиперграфов* // Алгебра и математическая логика: материалы межд. конф., посвящ. 100-летию со дня рожд. проф. В.В. Морозова, и молодежной шк.-конф. "Соврем. проблемы алгебры и матем. логики"; Казань, 25 – 30 сентября 2011 г. – Казань: Изд-во Казан. ун-та, 2011. – С. 175–176.

3. Тронин С. Н. *Абстрактные клоны и операды* // Сиб. мат. журнал. – 2002. – Т. 43. – № 4. – С. 924–936.